سلسلة الشعلة

في الرياضيات (حساب مثلثات)

مراجعة ليلة الامتحان
الصف الاول الثانوى

أوسكار

أ/ صلاح نور

01223367543

سلسلة الشعلة

• المتطابقات:

جا^{2}θ + جتا^{2}θ = ١

١ - جا^{2}θ = جتا^{2}θ

١ - جتا^{2}θ = جا^{2}θ

١ + ظا^{2}θ = قا^{2}θ

١ + ظتا^{2}θ = قتا^{2}θ

قاθ = $\frac{1}{\text{جتا}\theta}$ ، قتاθ = $\frac{1}{\text{جا}\theta}$

ظاθ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ ، ظتاθ = $\frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$

الحل

١- جا أ قتا أ = ...

٢- ظا أ ظا(٩٠ - أ) = ...

٣- (جا^{2}أ + جتا^{2}أ)^5 = ...

٤- اذا كان جا^{2}أ = $\frac{3}{4}$ فإن جتا^{2}أ = ...

٥- اذا كان ظا^{2}أ = ٦ فإن ظتا^{2}أ = ...

٦- اذا كان قا أ - ظا أ = $\frac{3}{4}$ فإن قا أ + ظا أ = ...

٧- جا^{2}θ + جتا^{2}θ + ظتا^{2}θ = ...

٨- ظا($\frac{\pi}{2}$ - θ) ظتا(π - θ) = ...

٩- (جاθ + جتاθ)^2 - $\frac{2}{\text{قا}\theta\ \text{قتا}\theta}$ = ...

١٠- (١ - جاθ)(١ + جاθ) = ١ - ....

---

① أثبت أن جاθ جا(٩٠ - θ) ظاθ = ١ - جتا^{2}θ

الحل

الطرف الأيمن:

= جاθ جتاθ ظاθ

= جاθ جتاθ × $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

= جا^{2}θ

= ١ - جتا^{2}θ

② أثبت أن $\frac{\text{جتا}س \times \text{ظا}س}{\text{قتا}س}$ = ١ - جتا^{2}س

الحل

الطرف الأيمن = $\dfrac{\text{جتا}س \times \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}}{\frac{1}{\text{جا}س}}$

= جا^{2}س

= ١ - جتا^{2}س

③ أثبت أن $\frac{\text{ظتا}هـ}{1 + \text{ظتا}^2هـ}$ = جاهـ جتاهـ

• الحل:

$\frac{\text{ظتا}هـ}{\text{قتا}^2هـ}$ = $\dfrac{\frac{\text{جتا}هـ}{\text{جا}هـ}}{\frac{1}{\text{جا}^2هـ}}$

= $\frac{\text{جتا}هـ}{\text{جا}هـ} \times \frac{\text{جا}^2هـ}{1}$ = جاهـ جتاهـ

• للطالب:

١- $\frac{1 + \text{ظا}^2 أ}{1 + \text{ظتا}^2 أ}$ = ظا^{2}أ

٢- $\frac{\text{قا}\theta}{\text{قتا}\theta}$ (١ - جا^{2}θ) = ظتاθ

سلسلة الشعلة

④ أثبت أن:

جا^{2}θ + جا^{2}θ ظا^{2}θ = ظا^{2}θ

الحل

الأيمن جا^{2}θ (1 + ظا^{2}θ) =

= جا^{2}θ قا^{2}θ

$= \text{جا}^2θ \times \frac{1}{\text{جتا}^2θ} = $ ظا^{2}θ

⑤ أثبت أن ظا م + ظتا م = قا م قتا م

الحل

$= \frac{\text{جا م}}{\text{جتا م}} + \frac{\text{جتا م}}{\text{جا م}}$

$= \frac{\text{جا}^2\text{م} + \text{جتا}^2\text{م}}{\text{جتا م جا م}}$

$= \frac{1}{\text{جتا م جا م}} = $ قا م قتا م

⑥ أثبت أن (1 - جا θ)(قا θ + ظا θ) = جتا θ

الحل

الأيمن $(1 - \text{جا}θ)\left(\frac{1}{\text{جتا}θ} + \frac{\text{جا}θ}{\text{جتا}θ}\right)$

$= (1 - \text{جا}θ)\left(\frac{1 + \text{جا}θ}{\text{جتا}θ}\right)$

$= \frac{1 - \text{جا}^2θ}{\text{جتا}θ}$

$= \frac{\text{جتا}^2θ}{\text{جتا}θ} = $ جتا θ

للطالب:

جتا^{2}θ + جتا^{2}θ ظا^{2}θ = 1

⑦ أثبت أن

جتا^{4}هـ - جا^{4}هـ = 1 - 2جا^{2}هـ

الحل

= جتا^{4}هـ - جا^{4}هـ

= (جتا^{2}هـ - جا^{2}هـ)(جتا^{2}هـ + جا^{2}هـ)

= جتا^{2}هـ - جا^{2}هـ

= 1 - جا^{2}هـ - جا^{2}هـ

= 1 - 2جا^{2}هـ

⑧ أثبت أن

قا^{2}θ + قتا^{2}θ = قا^{2}θ قتا^{2}θ

الحل

= قا^{2}θ + قتا^{2}θ

$= \frac{1}{\text{جتا}^2θ} + \frac{1}{\text{جا}^2θ}$

$= \frac{\text{جا}^2θ + \text{جتا}^2θ}{\text{جتا}^2θ\ \text{جا}^2θ}$

$= \frac{1}{\text{جتا}^2θ\ \text{جا}^2θ} = $ قا^{2}θ قتا^{2}θ

⑨ أثبت أن $\frac{\text{ظتا}θ}{\text{قتا}θ}$ (1 - جا^{2}θ) = ظتا^{3}θ

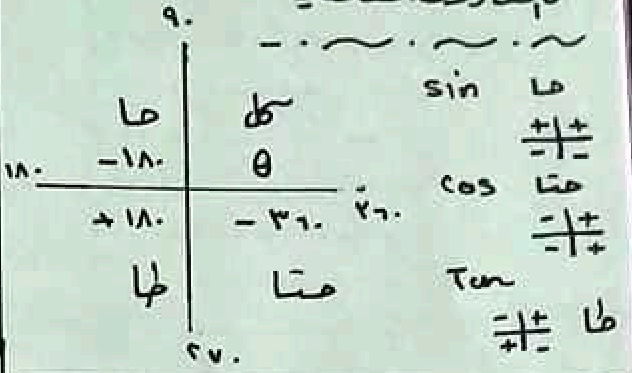
الحل

$\frac{\text{ظتا}θ}{\text{قتا}θ} \times \text{جتا}^2θ = $ ظتا θ جتا θ

$= \frac{1}{\text{جا}θ}$ جتا θ

= ظتا θ

حل المعادلات المثلثية



الحل العام للمعادلة

جا θ = م   θ = { β + ٢πن ، (١٨٠ − β) + ٢πن }

الرقم الصغير

جتا θ = م   θ = ± β + ٢πن

الرقم الصغير

ظا θ = م   θ = β + πن

(١) أوجد الحل العام للمعادلة

٢ جا س − √٢ = ٠

الحل

٢ جا س = √٢

جا س = √٢ / ٢

sh sin (√2/2) = 45

جا س موجبة الأول ٤٥°

الثاني ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥°

مجموعة الحل {٤٥° ، ١٣٥°}

الحل العام

{ π/٤ + ٢πن ، ٣π/٤ + ٢πن }

أوجد مجموعة حل المعادلة

٢ جا س + ١ = ٠

س ∈]٠ ، ٢π[

(٢) الحل العام للمعادلة ظتا (π/٢ − θ) = √٣ هو ...

الحل

ظا θ = √٣

sh tan (√3) = 60

∴ الحل العام π/٣ + πن

(٣) الحل العام للمعادلة جتا θ = ١/٢ هو ...

الحل

جتا θ = ١/٢   sh cos (1/2) = 60

∴ الحل العام ± π/٣ + ٢πن

(٤) أوجد مجموعة حل المعادلة

٢ جا²θ − ٥ جا θ + ٢ = ٠

θ ∈]٠ ، π[

الحل

(٢ جا θ − ١)(جا θ − ٢) = ٠

إما

جا θ = ١/٢   جا θ = ٢ ×

sh sin

{٣٠° ، ١٥٠°}

(٥) أوجد مجموعة حل المعادلات

٢ جتا²θ + جتا θ = ٠

جتا θ (٢ جتا θ + ١) = ٠

جتا θ = ٠ | جتا θ = − ١/٢

± π/٢ + ٢πن ، π/٢ + πن | ± ٢π/٣ + ٢πن

(٦) جا θ + جتا θ = ٠

الحل

÷ جتا θ

ظا θ + ١ = ٠

ظا θ = −١

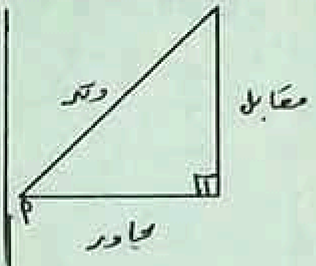
θ ∈ ١٣٥ + πن

حل المثلث

جا أ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

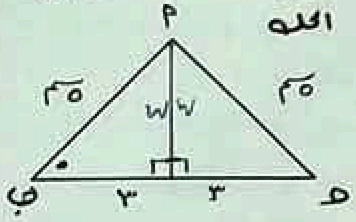
جتا أ = $\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

ظا أ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$



(١) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم
ب جـ = ٦ سم أوجد ق(∠ب) ، ق(∠أ)

الحل



جتا ب = $\frac{٣}{٥}$ sh cos $(\frac{3}{5})$

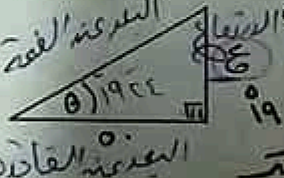
∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٥٣° ٧َ ٤٨ً

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − ٢× ٤٨ً ٧َ ٥٣°

= ٧٢° ٤٤َ ٢٣ً

(٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٥٠ متر عن قاعدة عمود رأسي . وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة العمود ٢٤َ ١٩° . أوجد لأقرب متر ارتفاع العمود عن سطح الأرض

الحل



ظا θ = $\frac{ع}{٥٠}$

∴ ع = ٥٠ × ظا ٢٤َ ١٩°

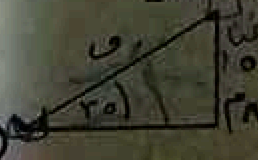
= ١٧٫٦ متر

≃ ١٨ متر

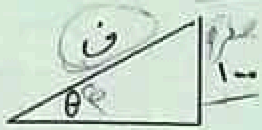
(٣) رصد قارب من قمة منار ارتفاعه ٥٠ متر فوجد أن زاوية انخفاضه ٣٥° . أوجد بعد القارب عن قمة المنار

جا θ = $\frac{٥٠}{ف}$

∴ ف = $\frac{٥٠ × ١}{\text{جا } ٣٥}$ ≃ ٨٧ م



(٤) رصد شخص يقف على صخرة ارتفاعها ١٠٠ متر سيارة واقفة في الطريق فكان قياس زاوية انخفاضها ٢٥° . أوجد لأقرب متر بعد الراصد عن السيارة



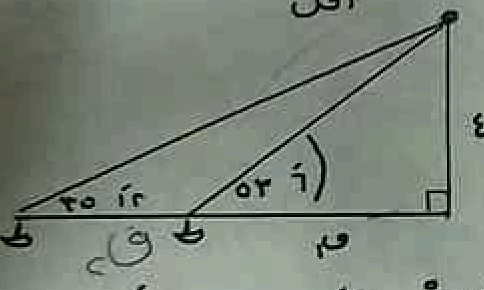
جا θ = $\frac{١٠٠}{ف}$

ف = $\frac{١٠٠}{\text{جا } ٢٥}$ = ٢٣٦٫٦ ≃ ٢٣٧

(٥) للطالب : من نقطة على بعد ٨ أمتار عن قاعدة شجرة وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة الشجرة ٣٢° . أوجد ارتفاع الشجرة لأقرب متر

(٦) وقف شخص على صخرة ارتفاعها ٤٠ متر ولاحظ سفينتين في البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وكان قياس زاويتي انخفاضهما من وجدها ١٢َ ٣٥° ، ٦َ ٥٣° أوجد البعد بين السفينتين

الحل



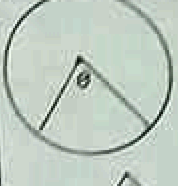
ظا ٦َ ٥٣° = $\frac{٤٠}{ف_١}$ ∴ ف$_١$ = $\frac{٤٠}{\text{ظا } ٦َ ٥٣°}$ = ٣٠

ظا ١٢َ ٣٥° = $\frac{٤٠}{ف_٢}$ ∴ ف$_٢$ = $\frac{٤٠}{\text{ظا } ١٢َ ٣٥°}$ = ٥٦٫٧

∴ البعد ف$_٢$ − ف$_١$ ≃ ٢٦٫٧ متر

(٧) طائرة ورقية طول خيطها ٤٢ متر فإذا كانت الزاوية التي يصنعها الخيط مع الأرض تساوي ٦٣° أوجد لأقرب متر ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض

القطاع، والقطعة



محيط الدائرة = ٢ π نق

مساحة الدائرة = π نق²

θ^ء / π = θ° / ١٨٠

محيط القطاع = ٢ نق + ل

مساحة القطاع = ½ ل نق

= ½ θ^ء نق²

مساحة القطعة = ½ نق² (θ^ء − جا θ°)

(٥) أوجد مساحة قطاع دائري طول قوسه = ٧ سم، في دائرة نصف قطرها ١٠ سم

الحل

ل = ٧ سم   نق = ١٠ سم

∴ مساحة القطاع = ½ ل نق

= ٣٥ سم²

(٤) قطاع دائري طول قوسه = ٧ سم ومحيطه = ٢٥ سم أوجد مساحته ...

الحل

ل = ٧

٢ نق + ل = ٢٥

٢ نق + ٧ = ٢٥

٢ نق = ١٨

نق = ٩

∴ المساحة = ½ ل نق = ٣١٫٥ سم²

(٣) قطاع دائري طول قوسه ١٢ سم ومساحته = ٤٨ سم² أوجد محيطه

الحل

ل = ١٢ سم

½ ل نق = ٤٨

½ × ١٢ نق = ٤٨

٦ نق = ٤٨

نق = ٨

محيطه = ٢٨ سم

(٤) قطاع دائري قياس زاويته المركزية ٤٨° وطول نصف قطر دائرته = ٦ سم أوجد مساحة القطاع

الحل

نق = ٦ سم

θ° = ٤٨   ∴ θ^ء = (π × ٤٨) / ١٨٠ = ٠٫٨٣٧^ء

مساحة القطاع = ½ θ^ء نق² ≃ ١٥ سم²

(٢) قطاع دائري مساحته ٢٧٠ سم² وطول نصف قطر دائرته = ١٥ سم أوجد قياس زاويته المركزية بالدائري

الحل

نق = ١٥   ½ θ^ء نق² = ٢٧٠

½ θ^ء × ٢٢٥ = ٢٧٠

θ^ء = ٢٧٠ / (٢٢٥ × ½) = ٢٫٤^ء

(٦) قطعة دائرية نصف قطرها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية ٨٠° أوجد مساحتها

الحل

نق = ١٠ سم   θ° = ٨٠°

θ^ء = (π × ٨٠) / ١٨٠ = ١٫٣٩٦

المساحة = ½ نق² [θ^ء − جا θ°]

= ½ × ١٠٠ [١٫٣٩٦ − جا ٨٠] = ٢٠٫٥٧ سم²

(٧) قطعة دائرية طول قطر دائرتها = ٢٠ سم وتقابل قوساً طوله ٢١ سم أوجد مساحة سطح هذه القطعة

الحل

نق = ١٠ سم   ل = ٢١ سم

θ^ء = ل / نق = ٢٫١^ء

θ° = (١٨٠ × ٢٫١) / π = ١٢٠° ١٩َ ٢١ً

المساحة = ½ نق² (θ^ء − جا θ°)

(٨) قطعة دائرية مساحتها ٥٦ سم²، وقياس زاويتها المركزية ٩٠°، أوجد طول نصف قطرها.

الحل

$\theta^\circ = 90^\circ$ ، $\theta' = \frac{\pi}{2}$

المساحة = $\frac{1}{2}$ نق² [θ' - جا θ°]

∴ نق² = $\frac{56}{\frac{1}{2}[\frac{\pi}{2} - \text{جا } 90]} = 196$

∴ نق = ١٤ سم

(٩) $\overline{أب}$ وتر في دائرة طوله ٨ سم ويقابل زاوية مركزية قياسها ٦٠° أوجد مساحة القطعة الدائرية الصغرى

الحل

$\theta^\circ = 60^\circ$

$\theta' = \frac{\pi}{3} = 1.05$ ء

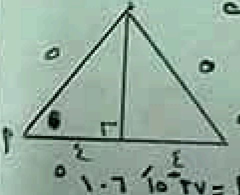
نق = ٨ سم

المساحة = $\frac{1}{2}$ نق² (θ' - جا θ°)

= ٥٫٨٩ سم²

(١٠) أوجد مساحة القطعة الدائرية الكبرى التي نق = ٥ سم، وطول وترها ٨ سم

الحل



جتا أ = $\frac{4}{5}$

shift cos (4/5) =

ق(أ) = ٣٦° ٥٢' ١١''

∴ θ° = ١٨٠ - ٢ × أ = ١٠٦° ١٥' ٣٧''

θ' = ١٫٨٥ ء

المساحة = $\frac{1}{2}$ نق² (θ' - جا θ°)

مساحة القطعة الكبرى = مساحة الدائرة - مساحة الصغرى

للطالب: أوجد مساحة القطعة الدائرية التي نق = ٥ ، ق (قاطع) = ٣ سم

(١) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب أي ضلعين × جيب الزاوية بينهما

(٢) مساحة الشكل الرباعي
= $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جيب الزاوية بينهما

(٣) مساحة المضلع المنتظم
$\frac{1}{4}$ ن س² ظتا $\frac{\pi}{ن}$

الحل

١- مساحة المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٦ سم = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٦ × جا ٦٠

٢- مساحة △ أ ب جـ الذي فيه أ ب = ٨ سم، أ جـ = ٩ سم، ق(أ) = ٣٠°

٣- مساحة الشكل الرباعي الذي قطراه ١٢ سم، ١٦ سم، وقياس الزاوية بينهما ٦٢°

٤- مساحة الخماسي المنتظم الذي طول ضلعه = ٣٠ سم
ن = ٥

٥- مساحة الثماني المنتظم الذي طول ضلعه ٣٠ سم = $\frac{1}{4}$ × ٨ × ٣٠² × ...
ن = ٨

٦- مساحة المعين الذي طول ضلعه ١٢ سم، ١٦ سم
= $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ...

٧- مساحة المربع الذي طول قطره ٢٠ سم
= $\frac{1}{2}$ × ٢٠ × ٢٠ × جا ٩٠

٨- إذا كانت مساحة △ متساوي الأضلاع = ٣٧٩ سم² فإن طول ضلعه ......

س = ٦

محافظة القليوبية
إدارة غرب شبرا الخيمة
((توجيه الرياضيات))

امتحان الفصل الدراسي الثاني
((للعام ٢٠١٥ ـ ٢٠١٦))
((يسمح باستخدام الآلة الحاسبة))

المادة / جبر و حساب مثلثات
الصف / الأول الثانوي
الزمن / ساعتان

السؤال الأول ((اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه))

(أ) أ مصفوفة على النظم ٢×٣ ، بᵗ على النظم ١×٣ فإن المصفوفة أ ب تكون على النظم ....
(٣×٣ ، أ ١×١ ، أ ٢×٣ ، أ ٢×١)

(ب) المثلث أ ب جـ فيه أ ب = ١٠سم ، أجـ = ٨سم ، ق(أ) = ٣٠° فإن مساحة سطحه = ...سم²
(١٨ ، أ ١٠ ، أ ٢٠ ، أ ٤٠)

(جـ) قا θ × جا (٩٠ - θ) = ...
(١ ، أ -١ ، أ جا θ ، أ جتا θ)

(د) قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix}$ = ...
(-٧ ، أ ٣ ، أ ٨ ، أ ١٠)

السؤال الثاني ((أكمل ما يأتي))

(أ) إذا كانت أ مصفوفة متماثلة حيث أ = $\begin{pmatrix} ٨ & ٢ \\ ٥ & ٤ك \end{pmatrix}$ فإن ك = ...

(ب) مساحة سطح السداسي المنتظم الذي طول ضلعه ٦ سم هي..............................

(جـ) الربع الذي يمثل مجموعة حل النظام س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ في ح×ح هو الربع..............................

(د) قطاع دائري محيطه = ٢٢ سم ، طول قوسه = ٨ سم فإن مساحة سطحه = ...

السؤال الثالث

(أ) إذا كان أ = $\begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix}$ أثبت أن أ² = -٥ أ + ٢ I = ☐

(ب) أثبت صحة المتطابقة ظا س + ظتا س = قا س قتا س

السؤال الرابع

(أ) باستخدام طريقة كرامر حل نظام المعادلتين الخطيتين التاليتين
٢س − ٣ص = ٣ ، ٥س = ١٩ − ٤ص

(ب) من نقطة على بعد ٥٠ متر من قاعدة شجرة وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة الشجرة هي ٣٧°
أوجد ارتفاع الشجرة لأقرب متر

السؤال الخامس

(أ) عين مجموعة حل المتباينات الآتية بيانيا س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≤ ٨ ، ٢س + ص ≤ ١٠
ثم أوجد من مجموعة الحل قيمة س ، ص التي تجعل قيمة الدالة ر = ٥س + ٨ص أكبر ما يمكن

(ب) قطعة دائرية طول نصف قطر دائرتها يساوي ١٠ سم ، طول ارتفاعها يساوي ٤ سم
أوجد مساحة القطعة الدائرية

((مع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالنجاح و التفوق الدائم))

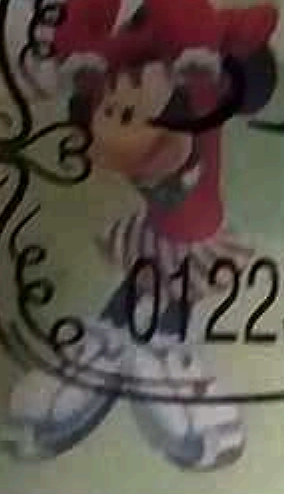
سلسلة الشعلة

فى

الرياضيات (جبر)

مراجعة ليلة الامتحان

الصف الاول الثانوي



أ/ صلاح نور

01223367543 - 01112202244

Soft Dreams

أوسكار للتصوير ٠١١٦١٩٦١١٢٤٣٢٣٤٢

أ + أ^مد = □ مصفوفة شبه متماثلة

بسم الله الرحمن الرحيم

أكمل:

١) المصفوفة المربعة هي مصفوفة التي يتساوى عدد الصفوف = عدد الأعمدة

٢) مصفوفة العمود هي المصفوفة التي بها عمود واحد وعدد من الصفوف

٣) إذا كانت المصفوفة أ على نظم ٢×٣ فإن المصفوفة أ^مد على نظم ... ٣×٢

٤) إذا كانت المصفوفة أ على نظم ٢×٣ فإن ٢ أ على نظم ٢×٣

٥) إذا كانت المصفوفة أ على نظم ٢×٢ والمصفوفة ب على نظم ٢×٣ فإن المصفوفة أ ب على نظم ... ٢×٣

٦) إذا كانت أ على نظم ٣×٢، ب على نظم ٢×١ فإن أ ب على نظم ... ٣×١

٧) إذا كانت أ على نظم ٣×٢، ب على نظم ٢×٣ فإن ب أ على نظم ... ٢×١

٨) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن أ^مد = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$

٩) (أ^مد)^مد = أ

١٠) (أ)^مد − أ = الصفرية

١١) (أ + ب)^مد = أ^مد + ب^مد

١٢) (أ ب)^مد = ب^مد أ^مد

١٣) إذا كانت أ ب = $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن ب^مد أ^مد = $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ \end{pmatrix}$ (أ ب)^مد

١٤) إذا كانت أ = أ^مد فإن المصفوفة أ تسمى مصفوفة متماثلة

١٥) إذا كانت أ + أ^مد = □ فإن المصفوفة أ تسمى شبه متماثلة

١٦) إذا كانت $\begin{pmatrix} ٥ & ٨ \\ س ٤ & ٦ \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فإن س = ... ٢

١٧) I^مد = I

١٨) أ × I = أ

١٩) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ × س = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن س = I

٢٠) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ + س = □ فإن س = ...

س = $\begin{pmatrix} -٣ & -٢ \\ -١ & -٥ \end{pmatrix}$

Soft Dreams

[illegible]

اذا كان [illegible]

[illegible]

اذا كان [illegible]

[illegible]

اذا كان [illegible]

[illegible]

اذا كان [illegible]

[illegible]

اذا كان [illegible]

[illegible]

اذا كان [illegible] = ١٠

[illegible]

(٢٧) اذا كان [illegible] = ٨

[illegible]

(٢٨) اذا كان [illegible] = ٣

[illegible]

(٢٩) اذا كان [illegible]

[illegible]

Soft Dreams

مثال أوجد مساحة المثلث الذي رؤوسه (−٤، ٢)، (٣، ١)، (−٢، ٥) باستخدام المحددات

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} -٤ & ٢ & ١ \\ ٣ & ١ & ١ \\ -٢ & ٥ & ١ \end{vmatrix}$$

$= -٤\,(١ - ٥) - ٢\,(٣ + ٢) + ١\,(١٥ + ٢) = ٢٣$

∴ مساحة Δ $= \frac{١}{٢}\,|٢٣| = ١١,٥$ وحدة مساحة

للطالب ① أوجد مساحة المثلث الذي رؤوسه (٢، ١)، (٤، ٥)، (−٢، −٣) باستخدام المحددات

للطالب ② باستخدام المحددات أثبت أن النقط (٢، ٥)، (−٤، ١)، (٥، ٧) تقع على استقامة واحدة

أثبت أنها لا تقع على استقامة واحدة

مثال حل المعادلات

$٢س - ٣ص = ٣$

$س + ٢ص = ٥$

باستخدام المحددات (كرامر)

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٧ \qquad ٢ \times ٢ - (-٣ \times ١)$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = ٢١ \qquad ٣ \times ٢ - (-٣ \times ٥)$$

$$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} = ٧ \qquad ٢ \times ٥ - ٣ \times ١$$

$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = \frac{٢١}{٧} = ٣$ ، $ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = \frac{٧}{٧} = ١$

مثال حل المعادلات

$٥ص = ١ - ٢س$

$٣س = ٢ - ٧ص$

الحل

$٢س + ٥ص = ١$

$٣س + ٧ص = ٢$

$$أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix} \qquad أ^{-١} = \frac{١}{-١}\begin{pmatrix} ٧ & -٥ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}$$

$$أ \times \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = أ^{-١} \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{-١}\begin{pmatrix} ٧ & -٥ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

$$= \frac{١}{-١}\begin{pmatrix} -٣ \\ ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ -١ \end{pmatrix}$$

∴ س = ٣ ، ص = −١

للطالب $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix} س = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ أوجد س

للطالب $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$

للطالب حل المعادلات الآتية

$٢س - ٣ص = ٤$

$٣س + ٤ص = ٢٣$

باستخدام المصفوفات

وباستخدام المحددات

مثال ١

إذا كان $أ^{مد} = \begin{pmatrix} -٤ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$

أثبت أن $أ^٢ - ٥أ + ٢٢ I = \square$

الحل

$أ = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix}$

$أ^٢ = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢٠ & -١٤ \\ -٧ & -٢٠ \end{pmatrix}$

$٥أ = \begin{pmatrix} ٢٠ & ١٠ \\ ١٥ & -٢٠ \end{pmatrix}$

$٢٢ I = \begin{pmatrix} ٢٢ & ٠ \\ ٠ & ٢٢ \end{pmatrix}$

الطرف الأيمن

$\begin{pmatrix} ٢٠ & -١٤ \\ -٧ & -٢٠ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢٠ & ١٠ \\ ١٥ & -٢٠ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢٢ & ٠ \\ ٠ & ٢٢ \end{pmatrix}$

$= \square$

المطالب

إذا كانت ص = (−١ ٢ ؛ ٤ ٣)

وأثبت أن $ص^٢ - ٢ص - ٣ I = \square$

المطالب

إذا كان $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٥ & -٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ وأثبت أن

$أ ب = ١٧ I$

المطالب

إذا كان $أ = \begin{pmatrix} -٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

$ب = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ ٦ & -٢ \end{pmatrix}$ حل المعادلة

$٣أ + ٢س = ب$

المطالب

$أ \times \begin{pmatrix} -٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٢ & ٢٢ \\ ٨ & ١٢ \end{pmatrix}$

الحل

(١) النقطة (٢ ، ٤) تنتمي لمجموعة حل المتباينة ٢س + ص ≥ ٨

٢ × ٢ + ٤ ≥ ٨

(٢) النقطة (٣ ، ٤) تنتمي لمجموعة حل المتباينة ص ≥ ٢س ، ٢س ≤ ٦

(٣) النقطة (٢ ، −١) تحقق المتباينة ص − ٢س ≥ ١ ، س ≥ ٣

(٤) النقطة (٣ ، ٠) تنتمي لمجموعة حل المتباينة س + ٣ص ≥ ٦ فإن أ ≥ ٢

(٥) النقطة التي تقع في منطقة حل المتباينة ٢س + ٣ص ≥ ٦

(−٣ ، −٥) ، (٥ ، ١٤) ، (١ ، ٠)

(٦) النقطة التي تقع في منطقة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، ٢س + ص ≥ ٤ ، س + ٢ص ≤ ٦

(١ ، −٣) ، (٢ ، ٠) ، (٢ ، ٢) ، (١ ، ١)

(٧) النقطة التي تقع في منطقة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ص ≤ ٣

(١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (١ ، ٣)

(٨) مجموعة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، ٢س + ٣ص ≤ ٦

(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)

مثال

عين مجموعة حل المتباينات

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

٢س + ص ≤ ٧ ، س + ٢ص ≤ ٨

ثم أوجد قيمة (س ، ص) التي تجعل الدالة

ه = ١٠ س + ٨ ص أكبر ما يمكن

الحل

٢س + ص = ٧ ، س + ٢ص = ٨

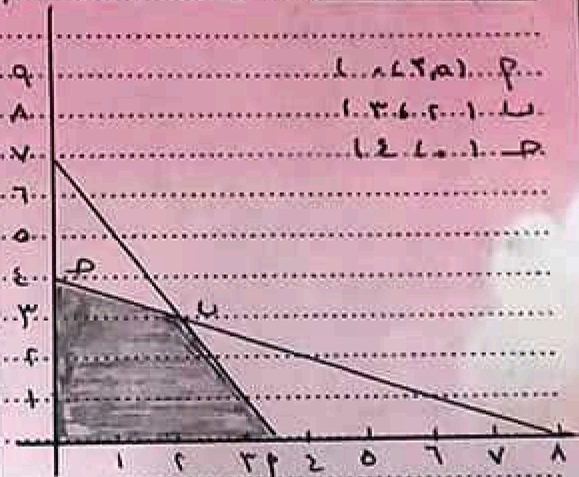
س	٠	٣,٥
ص	٧	٠

س	٠	٨
ص	٤	٠

أ (٣,٥ ، ٠)

ب (٢ ، ٣)

جـ (٠ ، ٤)



دالة الهدف ه = ١٠ س + ٨ ص

$ه_أ$ = ١٠ × ٣,٥ + ٨ × ٠ = ٣٥

$ه_ب$ = ١٠ × ٢ + ٨ × ٣ = ٤٤

$ه_{جـ}$ = ١٠ × ٠ + ٨ × ٤ = ٣٢

أكبر قيمة لدالة الهدف عند النقطة (٢ ، ٣)

عين مجموعة حل المتباينات

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

٥س + ٢ص ≥ ٢٥ ، ٣س + ٦ص ≥ ٣٩

ثم أوجد قيمة (س ، ص) التي تجعل دالة الهدف ه = ٦ س + ٨ ص

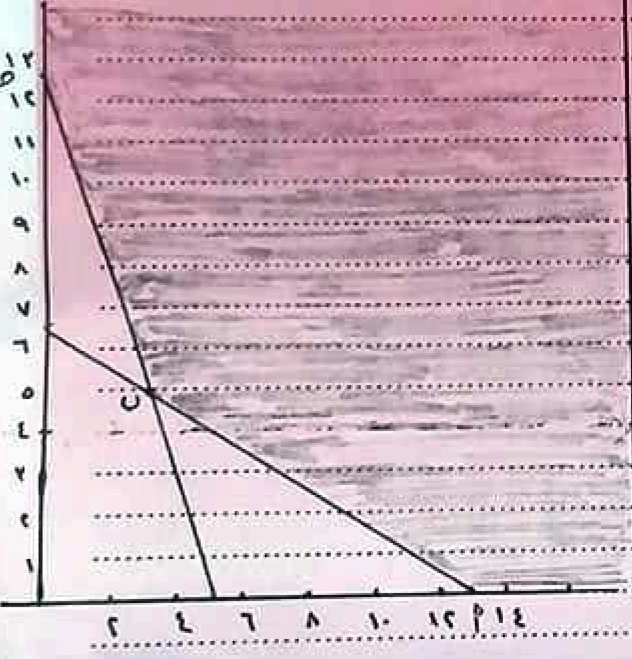
أصغر ما يمكن.

الحل

٥س + ٢ص = ٢٥ ، ٣س + ٦ص = ٣٩

س	٠	٥
ص	١٢,٥	٠

س	٠	١٣
ص	٦,٥	٠



أ (١٣ ، ٠) $ه_أ$ = ٦ × ١٣ + ٨ × ٠ = ٧٨

ب (٣ ، ٥) $ه_ب$ = ٦ × ٣ + ٨ × ٥ = ٥٨

جـ (٠ ، ١٢,٥) $ه_{جـ}$ = ٦ × ٠ + ٨ × ١٢,٥ = ١٠٠

أقل قيمة عند النقطة (٣ ، ٥)

Soft Dreams

مثال أوجد القيمة العظمى للدالة

ر = ٢ س + ص

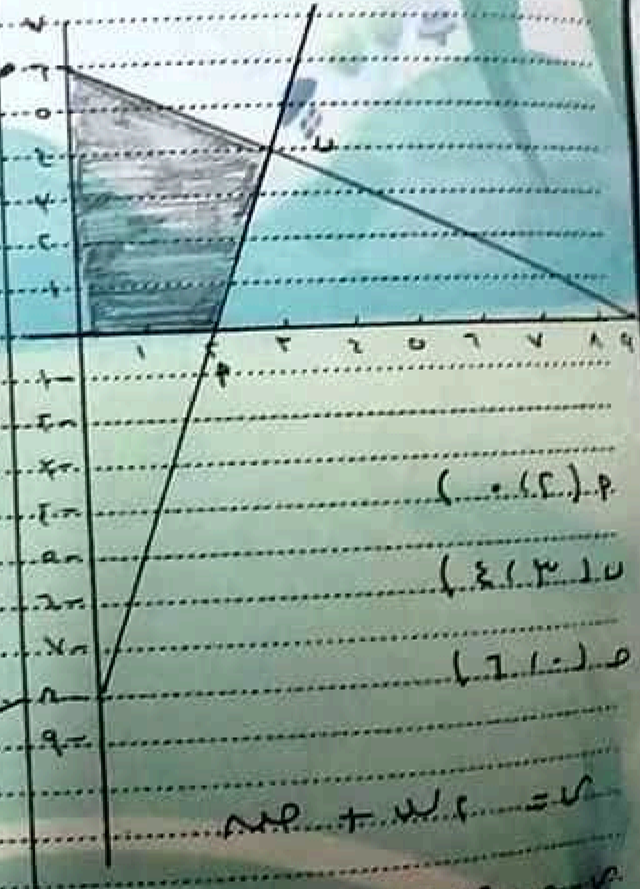
تحت القيود: س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، ٢ س + ٣ ص ≤ ١٨ ، ٤ س − ٣ ص ≤ ٨

الحل

٢ س + ٣ ص = ١٨ ، ٤ س − ٣ ص = ٨

س	٠	٩
ص	٦	٠

س	٠	٢
ص	−٨	٠



أ (٢ ، ٠)

ب (٣ ، ٤)

ج (٠ ، ٦)

ر = ٢ س + ص

ر عند أ = ٢ × ٢ + ٠ = ٤

ر عند ب = ٢ × ٣ + ٤ = ١٠

ر عند ج = ٢ × ٠ + ٦ = ٦

القيمة العظمى عند النقطة (٣ ، ٤)

ر = ١٠

مصنع ينتج ٩٠ وحدة على الأكثر من نوعين مختلفين ويحقق ربحاً لكل وحدة من النوع الأول = ٥ جنيه وربحاً من النوع الثاني = ٧ جنيه. فإذا كان ما يباع من النوع الأول ... من ضعف ما يباع من النوع الثاني ما عدد الوحدات التي يجب إنتاجها من كل نوع لتحقق أكبر ربح ممكن

الحل

(١) س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

(٢) ٩٠ وحدة على الأكثر

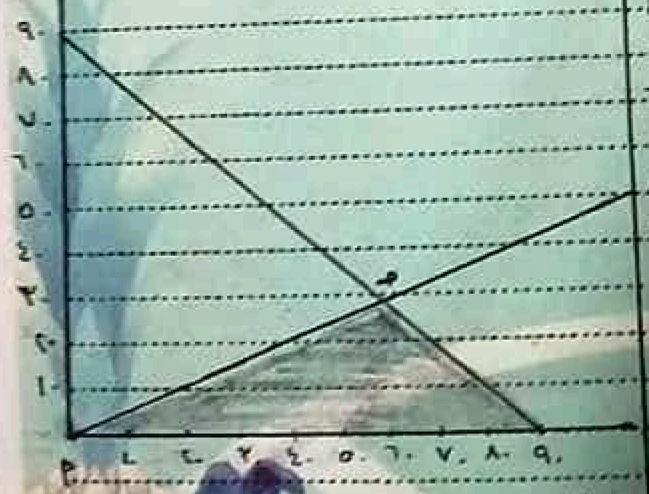
س + ص ≤ ٩٠

(٣) س ≥ ٢ ص

ر = ٥ س + ٧ ص

س	٠	٩٠
ص	٩٠	٠

س	٠	٢٠
ص	٠	١٠



أ (٠ ، ٠) أكبر ربح

ب (٩٠ ، ٠) ر = ٥ × ٩٠ + ٧ × ٠ = ٤٥٠

ج (٦٠ ، ٣٠) ر = ٥ × ٦٠ + ٧ × ٣٠ = ٥١٠

(٦٠ ، ٣٠)

محافظة القليوبية
مديرية التربية والتعليم
إدارة غرب شبرا الخيمة التعليمية

الصف / الأول الثانوي العام
الزمن: [illegible]

امتحان الفصل الدراسي الثاني
٢٠١٦/٢٠١٧

[أجب عن الأسئلة الآتية]

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ - إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٣×٢ ، ب^مد مصفوفة على النظم ١×٢ فإن المصفوفة أ ب تكون على النظم ....
[٣×٣ ، ١×٣ ، ٢×٣ ، ١×٢]

٢ - قيمة ك التي تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ك & ٢ \\ ٨ & ك \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي هي .... [-٤ ، ٤ ، ±٤ ، ٨]

٣ - مساحة القطاع الدائري الذي طول قوسه ٨سم وطول نصف قطر دائرته ٤سم تساوي ....
[١٢سم² ، ٣٢سم² ، ١٦٠سم² ، ٨سم²]

٤ - مجموعة حل المعادلة جا θ + جتا θ = صفر حيث π < θ < ٢π تساوي ....
[{٢١٠°} ، {٢٢٥°} ، {٢٤٠°} ، {٣١٥°}]

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي

١ - إذا كان قا θ + ظا θ = ٣ فإن قا θ - ظا θ = ...

٢ - مساحة القطعة الدائرية ....

٣ - إذا كان $\begin{vmatrix} ٣س & ٥ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix}$ = ٤ فإن س = ...

٤ - إذا كان ب + ب^مد = ▭ فإن ب مصفوفة ....

السؤال الثالث :

١ - إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ -٤ & ٣ \end{pmatrix}$ اثبت أن أ² - ٥أ + ٢٢ I = ▭

٢ - حل نظام المعادلتين الخطيتين التاليتين بطريقة كرامر ..
س + ص = -٤ ، -٣س + ٢ص = ٢٧

السؤال الرابع :

١ - أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٥سم وطول قوسها ٨سم

٢ - عين بيانيا مجموعة حل المتباينات الخطية الآتية في ح × ح
س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≥ ٤ ، س + ص ≥ ٣
وإذا كانت ر دالة الهدف حيث ر = ١٥س + ١٠ص فأوجد قيمة (س ، ص) التي تجعل ر أصغر ما يمكن

السؤال الخامس :

١ - من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع قمة برج فوجد أن قياسها ٣٠° فإذا كان بعد الراصد عن قاعدة البرج يساوي [illegible] متر فأوجد ارتفاع البرج لأقرب متر

٢ - إذا كانت أ = [illegible] ، ب = $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة س بحيث س = أ^مد + ٢ب

٣ - اثبت صحة المتطابقة ظا² θ + ظتا² θ - (قا² θ + قتا² θ) = -٢

[انتهت الأسئلة]

سلسلة الشعلة

فى

الجمعه الساعه ١١٥

الرياضيات (هندسة)

مراجعة ليلة الامتحان

الصف الاول الثانوي

أ/ صلاح نور

01223367543 - 01112202244

أوسكار للتصوير ٢٤٣٢١٩٦١١

بسم الله الرحمن الرحيم

(٥ ، -١٢)

١) اذا كان أ = ٥ س - ١٢ ص فإن ||أ|| = ...

١٣ = (٥)² + (-١٢)²√

ب = (٢ ، ٣)

٢) اذا كان أ = ٢ س + ٣ ص ، ب = ٣ س - ص فإن ٢أ - ب = ...

(٣ ، -١)

٣) اذا كان أ = (٤ ، ٢) ، ب = (١ ، -٢) فإن ||أ - ب|| = ...

٤) اذا كان أ = (٢ ، ٣) ، ب (-١ ، ٢) فإن أب = ...

٥) اذا كان أ = (-١ ، ٥) ، ب (٢ ، ١) فإن ||أب|| = ...

٦) اذا كان ك ||أ|| = ||-٥ أ|| فإن ك = ...

٧) ||٣ ك أ|| = ||-١٥ أ|| فإن ك = ...

٨) ||-٨ أ|| = ٥ ||ك أ|| فإن ك = ...

٩) اذا كان أ = (٥ ، ١) ، أب = (-٢ ، ٣) فإن ||ب|| = ...

١٠) اذا كان أ (٣ ، ٥) ، ب = (-١ ، م) ، ||أب|| = ٤ فإن م = ...

طا θ = ص / س

(- ، +) ١٨٠ - θ	(+ ، +) θ
(- ، -) ١٨٠ + θ	(+ ، -) ٣٦٠ - θ

١١) ضع المتجه م = ٨√٣ س + ٨ ص على الصورة القطبية

س = ٨√٣ ، ص = ٨

||م|| = √(س² + ص²) = ١٦

طا θ = ص / س = ٨ / ٨√٣ ∴ θ = ٣٠°

∴ م = (١٦ ، π/٦)

١٢) عبر عن المتجه م = (١٢√٢ ، ٣π/٤) بدلالة متجهات الوحدة الأساسية

الحل

س = ١٢√٢ جتا ١٣٥ = -١٢

ص = ١٢√٢ جا ١٣٥ = ١٢

∴ م = -١٢ س + ١٢ ص

١٣) اذا كان أ (٤ ، ١) ، ب = (-١ ، ٦) ، م = (٢ ، ١٣) عبر عن م بدلالة أ ، ب

الحل

م = ك أ + م ب

(٢ ، ١٣) = ك (٤ ، ١) + م (-١ ، ٦)

∴ ٤ك - م = ٢ ، ك + ٦م = ١٣

×٤

٤ك + ٢٤م = ٥٢

٤ك - م = ٢

٢٥م = ٥٠

م = ٢

٤ك - م = ٢

٤ك - ٢ = ٢ ك = ١

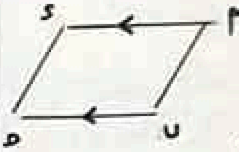
∴ م = ١ أ + ٢ ب

∴ م = أ + ٢ ب

سلسلة الشعلة

① أ ب جـ د متوازي أضلاع وكان $\overrightarrow{أ} = (٣ ، ٤)$ ، ب = (٥ ، -١) ، جـ = (٢ ، -٢) أوجد احداثيات د

الحل



$\overrightarrow{أد} = \overrightarrow{بجـ}$

$\overrightarrow{د} - \overrightarrow{أ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{ب}$

$\overrightarrow{د} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{أ}$

= (٢ ، -٢) − (٥ ، -١) + (٣ ، ٤)

= (٠ ، ٣)

---

② إذا كان $\overrightarrow{أ} = (-٢ ، ١)$ ، $\overrightarrow{ب} = (-٣ ، ك)$
$\overrightarrow{أ} \parallel \overrightarrow{ب}$ فإن ك = ...

$\frac{س_١}{س_٢} = \frac{ص_١}{ص_٢}$ ∴ $\frac{-٢}{-٣} = \frac{١}{ك}$

∴ ك = $\frac{٣}{٢}$

---

③ أ ب جـ د شبه منحرف فيه $\overrightarrow{أد} \parallel \overrightarrow{بجـ}$
حيث $\overrightarrow{أ} = (-١ ، ١٧)$ ، $\overrightarrow{ب} = (-١ ، ١٣)$ ، $\overrightarrow{جـ} = (٢ ، ١)$
$\overrightarrow{د} = (٥ ، ص)$ أوجد ص

الحل

$\overrightarrow{أد} = \overrightarrow{د} - \overrightarrow{أ}$ = (٢ ، ص + ١)

$\overrightarrow{بجـ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{ب}$ = (-١ ، ٢)

∵ $\overrightarrow{أد} \parallel \overrightarrow{بجـ}$ ∴ $\frac{٢}{١} = \frac{ص + ١}{٢}$

∴ ص + ١ = ٤ ∴ ص = ٣

---

④ إذا كان $\overrightarrow{أ} = (٦ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٣ ، م)$
$\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ فإن م = ...

الحل

شرط التعامد $س_١ س_٢ + ص_١ ص_٢ = ٠$

٦ × ٣ + ٤ × م = ٠

٤م = -١٨

م = $\frac{-١٨}{٤} = -\frac{٩}{٢}$

---

⑤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
أ = (٥ ، ٧) ، ب = (٦ ، ٣) ، جـ = (٤ ، ك)
أوجد قيمة ك

الحل

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$ = (١ ، -٤)

$\overrightarrow{بجـ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{ب}$ = (-٢ ، ك − ٣)

$\overrightarrow{أب} \perp \overrightarrow{بجـ}$

١ × -٢ + -٤ × (ك − ٣) = ٠

-٢ − ٤ك + ١٢ = ٠

-٤ك + ١٠ = ٠

٤ك = ١٠ ∴ ك = $\frac{١٠}{٤} = \frac{٥}{٢}$

للطالب: إذا كان $\overrightarrow{أ} = (٢ ، ٢)$ ، $\overrightarrow{ب} = (٤ ، -٢)$
$\overrightarrow{جـ} = (-٢ ، ٠)$ ، $\overrightarrow{د} = (١ ، ك)$ ، $\overrightarrow{أد} \perp \overrightarrow{بجـ}$
أوجد قيمة ك

---

⑥ إذا كان أ (٣ ، ٧) ، ب (١ ، ٥)
فإن منتصف أب هو ...

⑦ إذا كان أ (٠ ، ٨) ب (٣ ، ٢)
جـ (-٣ ، ٥) فإن نقطة تلاقي
متوسطات المثلث أ ب جـ هي ...

⑧ إذا كانت النقطة (٣ ، ٦) هي
منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (-٢ ، ٧) فإن ب = ...

الخط المستقيم :

١) المستقيم ٢س - ٧ص + ٣ = ٠
ميله = ...
ميل العمودي = ...

٢) المستقيم ٣س - ٥ص + ٩ = ٠
متجه الاتجاه له هو
متجه اتجاه العمودي هو

٣) المستقيم ر = (٠ ، ١) + ك(٣ ، ٢)
ميله هو ...

٤) المستقيم ٣ص + ٧ = ٠ ، ميله ....
ويوازي ...

٥) المستقيم ٢س - ٥ = ٠ ، ميله
ويوازي ...

٦) المستقيم ٣س = ٢ص ميله
ويمر بالنقطة ....

٧) المستقيم (أ - ٣)س + أص = ٥
ميله = صفر فإن أ = ...

٨) المستقيمان ٣س - ٢ص + ٧ = ٠ ،
أس + ٣ص + ٥ متعامدان
فإن أ = ...

٩) إذا كان (٦ ، ٤) ، (٢ ، ٣) متجها
اتجاه مستقيمين متعامدين فإن ٢ = ...

١٠) إذا كان المستقيمان ٢س + ب ص + ٣ = ٠ ،
ر = (٠ ، ٢) + ك(١ ، ٣) متوازيان فإن
ب = ...

١١) المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤)
ويوازي محور السينات ......
معادلته .

١٢) المعادلة المتجهة للمستقيم الذي يمر
بالنقطة (٢ ، -٣) ومتجه الاتجاه له (٢ ، ١)
هي .

١٣) المعادلة المتجهة للمستقيم المار بالنقط
(٣ ، ٠) ، (٠ ، -٢) هي .

١٤) معادلة المستقيم الذي يقطع من
محور السينات ٢ أجزاء ومن محور الصادات
٥ أجزاء هي .

١٥) مساحة المثلث المحصور بين
المستقيم ٤س - ٣ص = ١٢ ومحوري
الاحداثيات =

١) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة
(٧ ، ٤) وموازياً للمستقيم ٣س = ٢ص
الحل

م = $\frac{٣}{٢}$

المعادلة $\frac{ص - ٤}{س - ٧} = \frac{٣}{٢}$

٣س - ٢١ = ٢ص - ٨

٣س - ٢ص - ١٣ = ٠

٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة
(٧ ، ٤) وعمودي على المستقيم ٢س + ٣ص = ٩
الحل

م١ = $\frac{-٢}{٣}$ ∴ م٢ = $\frac{٣}{٢}$

المعادلة $\frac{ص - ٤}{س - ٧} = \frac{٣}{٢}$

٣) اذا كان م (٢، ٥) ، ن (-١، ١) اوجد معادلة م ن

الحل

م = $\frac{٥ - ١}{٢ + ١} = \frac{٤}{٣}$

المعادلة $\frac{ص - ٥}{س - ٢} = \frac{٤}{٣}$

٤س - ٨ = ٣ص - ١٥

٤س - ٣ص + ٧ = ٠

٤) اوجد الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، ٥) وميله $\frac{٤}{٣}$

الحل

ى = (٣، ٤)

ر = (٢، ٥) + ل (٣، ٤)

س = ٢ + ٣ل

ص = ٥ + ٤ل

$\frac{س - ٢}{٣} = \frac{ص - ٥}{٤}$

٤س - ٨ = ٣ص - ١٥

٤س - ٣ص + ٧ = ٠

٥) اوجد معادلة الخط المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين ٣س + ص = ٥ ، س + ٢ص = ٥ ومتجه الاتجاه له (٢، ٣)

الحل

اولاً نقطة التقاطع ٣س + ٦ص = ١٥

٣س + ص = ٥

٥ص = ١٠

ص = ٢

بالتعويض ٣س + ص = ٥

٣س + ٢ = ٥

٣س = ٣ س = ١

النقطة (١، ٢) ، م = $\frac{٣}{٢}$ اكمل

$\frac{ص - ٢}{س - ١} = \frac{٣}{٢}$

٣س - ٣ = ٢ص - ٤

٣س - ٢ص + ١ = ٠

٦) اوجد معادلة الخط المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين ٣س + ٢ص - ٧ = ٠ ، ٢س - ٣ص + ٤ = ٠ والنقطة (٣، ٤)

الحل

اولاً نقطة التقاطع ٦س + ٤ص = ١٤

٦س - ٩ص = -١٢

١٣ص = ٢٦

ص = ٢

٣س + ٢ص - ٧ = ٠

٣س + ٤ - ٧ = ٠

٣س = ٣ س = ١

∴ النقط (١، ٢) ، (٣، ٤)

∴ م = $\frac{٤ - ٢}{٣ - ١} = ١$

المعادلة $\frac{ص - ٢}{س - ١} = ١$

حل اخر

(٣س + ٢ص - ٧) + ل (٢س - ٣ص + ٤) = ٠

بالتعويض وايجاد ل

متجه اتجاه محور السينات (١، ٠)

متجه اتجاه محور الصادات (٠، ١)

∴ م = ظا θ

θ الزاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الزاوية بين مستقيمين

$$طا\ \theta = \left| \frac{م_1 - م_2}{1 + م_1 م_2} \right|$$

① الزاوية التي يصنعها المستقيم س − $\sqrt{3}$ ص + ٧ = ٠ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هـ = ... (ص = ٠)

② اذا كان المستقيم أس − ٤ص + ٥ = ٠ ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية ظلها $\frac{1}{2}$ فإن أ = ...

③ الزاوية بين المستقيمين ٢ص − ٥ = ٠ ، ٣س + ٧ = ٠ هـ = ...

④ الزاوية بين المستقيمين ر = (٢، ٠) + ك(٢، ٤) ، ٢س + ٤ص = ٥ هـ = ..

⑤ الزاوية بين المستقيمين اللذين ميلاهما $\frac{1}{2}$ ، −٢ هـ = ...

اوجد الزاوية بين المستقيمين

ل١ : ر = (٥، ٣) + ك(٢، ١)

ل٢ : س + ٣ص − ١١ = ٠

الحل

م١ = $\frac{1}{2}$ م٢ = $\frac{-1}{3}$

$$طا\ \theta = \left| \frac{م_1 - م_2}{1 + م_1 م_2} \right| = 1$$

∴ θ = ٤٥° أو ١٣٥°

---

⑦ اوجد الزاوية الحادة بين المستقيمين ل١ : ٣س + ٢ص − ٧ = ٠ ، ل٢ : ٢س − ٣ص + ٤ = ٠

الحل

م١ = $\frac{-3}{2}$ م٢ = $\frac{2}{3}$

∴ θ = ٩٠°

---

⑧ اذا كانت الزاوية الحادة بين المستقيمين ٢س − ص = ٥ ، لس + ص = ٨ هي $\frac{\pi}{4}$ اوجد ل

الحل

م١ = ٢   م٢ = −ل

طا θ = طا ٤٥

$$\left| \frac{2 + ل}{1 - 2 \times ل} \right| = 1$$

$$\frac{2 + ل}{1 - 2ل} = \pm 1$$

$\frac{2 + ل}{1 - 2ل} = 1$

٢ + ل = ١ − ٢ل

٣ل = −١

ل = $-\frac{1}{3}$

$\frac{2 + ل}{1 - 2ل} = -1$

٢ + ل = −١ + ٢ل

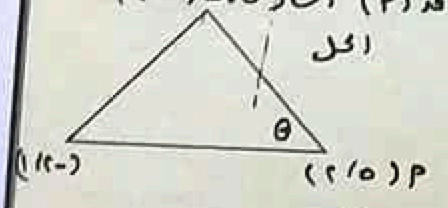
٣ = ٢ل − ل

ل = ٣

---

⑨ أ ب جـ مثلث أ(٥، ٢) ، ب = (٢، −٢) ، جـ = (−٣، ١) اوجد ق(أ̂) الحادة [illegible]

الحل



م١ = م أب = $\frac{4}{3}$

م٢ = م أجـ = $\frac{1}{7}$

طا θ = | ـــ | ١

طول العمود

$$ع = \frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$$

(١) طول العمود الساقط من النقطة (-٣، ٥)

على محور السينات

على محور الصادات

(٢) طول العمود النازل من نقطة الأصل

على المستقيم س + ص − ٣ = ٠

هو:

(٣) نقطة تقاطع المستقيمين س = ٣

ص = -٢ هو ...

(٤) البعد بين المستقيمين س = ٣

س = -٢ هو ....

---

(١) أوجد طول العمود الساقط من النقطة

(١، ٢) على المستقيم ٣س − ٤ص + ٧ = ٠

الحل

$$ع = \frac{|٣س_1 - ٤ص_1 + ٧|}{\sqrt{(٣)^2 + (-٤)^2}}$$

$$= \frac{|٣ \times ١ - ٤ \times ٢ + ٧|}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٢}{٥}$$ وحدة طول

---

(٢) أوجد طول العمود الساقط من النقطة

(١، ٢) على المستقيم ر = (٣، ١) + ك (٥، ١٢)

الحل

معادلة المستقيم $\frac{ص - ١}{س - ٣} = \frac{١٢}{٥}$

١٢س − ٣٦ = ٥ص − ٥

١٢س − ٥ص − ٣١ = ٠

$$ع = \frac{|١٢ \times ١ - ٥ \times ٢ - ٣١|}{\sqrt{(١٢)^2 + (٥)^2}} = \frac{٢٩}{١٣}$$ وحدة طول

---

(٣) أثبت أن المستقيمان

ل١ : ر = (٠، ٤) + ك (١، -٢)

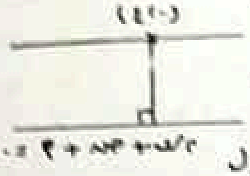
ل٢ : ٢س + ص + ٣ = ٠

متوازيين ثم أوجد البعد بينهما

الحل

م١ = $\frac{-٢}{١}$ ، م٢ = $\frac{-٢}{١}$

∵ م١ = م٢ ∴ ل١ // ل٢



$$ع = \frac{|٢ \times ٠ + ٤ + ٣|}{\sqrt{٤ + ١}}$$

$= \frac{٦}{\sqrt{٥}}$ وحدة طول

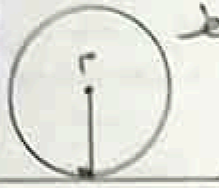
---

(٤) دائرة مركزها (٣، ١) و المستقيم

١٢س − ٥ص + ١ = ٠ مماس لها

أوجد طول نصف القطر

الحل



نق = ع

$$نق = \frac{|١٢س_1 - ٥ص_1 + ١|}{\sqrt{(١٢)^2 + (٥)^2}}$$

$$= \frac{|١٢ \times ٣ - ٥ \times ١ + ١|}{\sqrt{١٦٩}} = \frac{٣٢}{١٣}$$ وحدة طول

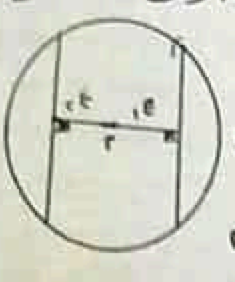
---

(٥) دائرة مركزها نقطة الأصل المستقيمان

٣س + ٤ص + ١٠ = ٠ ، ٥س − ١٢ص + ٢٦ = ٠

وتران فيها أثبت أن الوتران متساويان

في الطول



$$ع_1 = \frac{|٠ + ٠ + ١٠|}{\sqrt{(٣)^2 + (٤)^2}} = ٢$$

$$ع_2 = \frac{|٠ - ٠ + ٢٦|}{\sqrt{(٥)^2 + (١٢)^2}} = ٢$$

الأوتار متساوية الطول متساوية البعد

سلسلة الشعلة

① التقسيم:

إذا كانت أ (٣ ، ١) ، ب (−٢ ، ٥) أوجد إحداثيات ج التي تقسم أب من الداخل بنسبة ٢ : ٣

الحل

$\text{س} = \frac{\text{ل}_1\text{س}_2 + \text{ل}_2\text{س}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

$= \frac{٣ \times ٣ + ٢ \times −٢}{٣ + ٢} = ١$

$\text{ص} = \frac{\text{ل}_1\text{ص}_2 + \text{ل}_2\text{ص}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

$= \frac{٣ \times ١ + ٢ \times ٥}{٣ + ٢} = \frac{١٣}{٥}$

∴ ج = (١ ، $\frac{١٣}{٥}$)

② إذا كانت ج ∈ $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، ج ∉ $\overline{\text{أب}}$ وكانت أ (٣ ، ١) ، ب (٤ ، ٢) وكانت ٢ أج = ٣ ب ج أوجد إحداثي ج

الحل

$\frac{\text{أج}}{\text{ب ج}} = \frac{٣}{٢}$

٣ : ٢

$\text{س} = \frac{\text{ل}_1\text{س}_1 - \text{ل}_2\text{س}_2}{\text{ل}_1 - \text{ل}_2}$

$= \frac{٣ \times ٣ - ٢ \times ٤}{٣ - ٢} = ١$

$\text{ص} = \frac{\text{ل}_1\text{ص}_1 - \text{ل}_2\text{ص}_2}{\text{ل}_1 - \text{ل}_2} = \frac{٣ \times ١ - ٢ \times ٢}{٣ - ٢} = −١$

∴ ج (١ ، −١)

③ إذا كانت أ (٣ ، ٥) ، ب = (١ ، ٢) فأوجد إحداثي ج التي تقع في ربع المسافة بين أ ، ب

١ : ٣

$\text{س} = \frac{٣ \times ٣ + ١ \times ١}{٣ + ١} = \frac{٥}{٢}$

$\text{ص} = \frac{٣ \times ٥ + ١ \times ٢}{٣ + ١} = \frac{١٧}{٤}$

ج ($\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{١٧}{٤}$)

④ إذا كانت أ (٢ ، ٣) ، ب (−٢ ، ١) فأوجد النسبة التي تقسم بها $\overline{\text{أب}}$ محور السينات ثم أوجد إحداثي نقطة التقسيم

الحل

محور السينات (س ، ٠)

$\text{ص} = \frac{\text{ل}_1\text{ص}_2 + \text{ل}_2\text{ص}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

$\frac{٠}{١} = \frac{\text{ل}_1 \times ٣ + \text{ل}_2 \times ١}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

∴ ٣ ل_1 + ل_2 = ٠

∴ ل_2 = −٣ ل_1

∴ $\frac{\text{ل}_2}{\text{ل}_1} = −\frac{٣}{١}$ ٣ : ١ من الخارج

$\text{س} = \frac{١ \times ٢ - ٣ \times −٢}{١ - ٣} = −٤$

ج (−٤ ، ٠)

⑤ أ (٢ ، ٥) ، ب (٥ ، ٢) ، ج (٤ ، ص)

أوجد النسبة التي تقسم بها ج القطعة $\overline{\text{أب}}$ مبينًا نوع التقسيم ثم أوجد ص

الحل

$\text{س} = \frac{\text{ل}_1\text{س}_2 + \text{ل}_2\text{س}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

$\frac{٤}{١} = \frac{\text{ل}_1 \times ٢ + \text{ل}_2 \times ٥}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}$

٤ ل_1 + ٤ ل_2 = ٢ ل_1 + ٥ ل_2

٤ ل_1 − ٢ ل_1 = ٥ ل_2 − ٤ ل_2

٢ ل_1 = ل_2

∴ $\frac{\text{ل}_2}{\text{ل}_1} = \frac{٢}{١}$ ل_1 : ل_2 = ١ : ٢ من الداخل

$\text{ص} = \frac{١ \times ٥ + ٢ \times ٢}{١ + ٢} = ٣$

محور السينات (س ، ٠)

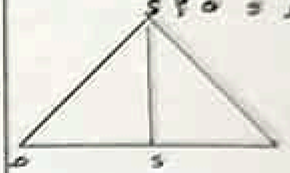
محور الصادات (٠ ، ص)

$\overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{ب هـ}} = \overline{\text{٢ ب د}}$

$\overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{ب هـ}} = \overline{\text{٢ ب د}}$ ∵ د منتصف هـ جـ

(١) أ ب جـ مثلث ، د ∈ ب جـ حيث ب د : د جـ = ٣ : ٢ أثبت أن $\overline{\text{٢ أ ب}} + \overline{\text{٣ أ جـ}} = \overline{\text{٥ أ د}}$

الحل



∵ $\frac{\text{ب د}}{\text{د جـ}} = \frac{٣}{٢}$

∴ $\overline{\text{٢ ب د}} = \overline{\text{٣ د جـ}}$

الطرف الأيمن = $\overline{\text{٢ أ ب}} + \overline{\text{٣ أ جـ}}$

= ٢ $(\overline{\text{أ د}} + \overline{\text{د ب}})$ + ٣ $(\overline{\text{أ د}} + \overline{\text{د جـ}})$

= $\overline{\text{٢ أ د}} + \overline{\text{٢ د ب}} + \overline{\text{٣ أ د}} + \overline{\text{٣ د جـ}}$

= $\overline{\text{٥ أ د}} + \overline{\text{٢ د ب}} + \overline{\text{٣ د جـ}}$

= $\overline{\text{٥ أ د}}$ ✱

(٢) أ ب جـ د شكل رباعي . إذا كان $\overline{\text{أ جـ}} + \overline{\text{د ب}} = \overline{\text{٢ د جـ}}$ أثبت أن أ ب جـ د متوازي أضلاع

الحل

$\overline{\text{أ جـ}} + \overline{\text{د ب}} = \overline{\text{٢ د جـ}}$

$\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{د جـ}} + \overline{\text{جـ ب}} = \overline{\text{٢ د جـ}}$

$\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{د جـ}} = \overline{\text{٢ د جـ}}$

∴ $\overline{\text{أ ب}} = \overline{\text{د جـ}}$

∴ أ ب جـ د متوازي أضلاع

(٦)

$\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{ب جـ}} = \ldots\ldots$

$\overline{\text{أ ب}} - \overline{\text{أ جـ}} = \ldots\ldots$

$\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{جـ د}} = \ldots\ldots$

$\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{جـ د}} + \overline{\text{د هـ}} = \ldots\ldots$

(٣) أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overline{\text{ب جـ}} = \overline{\text{٣ أ د}}$

١- أثبت أن أ ب جـ د شبه منحرف

٢- $\overline{\text{أ جـ}} + \overline{\text{ب د}} = \overline{\text{٤ أ د}}$

الحل

∵ $\overline{\text{ب جـ}} = \overline{\text{٣ أ د}}$

∴ $\overline{\text{ب جـ}} \parallel \overline{\text{أ د}}$

ب جـ ≠ أ د ∴ شبه منحرف

ثانياً :

$\overline{\text{أ جـ}} + \overline{\text{ب د}}$

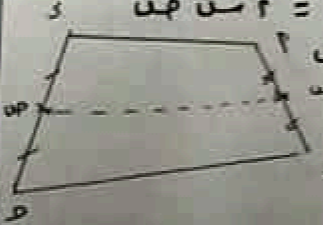
= $\overline{\text{أ ب}} + \overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{ب أ}} + \overline{\text{أ د}}$

= $\overline{\text{ب جـ}} + \overline{\text{أ د}}$

= $\overline{\text{٣ أ د}} + \overline{\text{أ د}} = \overline{\text{٤ أ د}}$

(٤) أ ب جـ د شكل رباعي س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{د جـ}}$ أثبت أن $\overline{\text{أ د}} + \overline{\text{ب جـ}} = \overline{\text{٢ س ص}}$

الحل



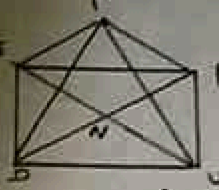
$\overline{\text{أ د}} + \overline{\text{ب جـ}}$

= $\overline{\text{أ س}} + \overline{\text{س ص}} + \overline{\text{ص د}} + \overline{\text{ب س}} + \overline{\text{س ص}} + \overline{\text{ص جـ}}$

= $\overline{\text{٢ س ص}}$ ✱

(٥) أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع قطراه في م ، هـ نقطة في المستوى أثبت أن $\overline{\text{هـ أ}} + \overline{\text{هـ ب}} + \overline{\text{هـ جـ}} + \overline{\text{هـ د}} = \overline{\text{٤ هـ م}}$

الحل



= $\overline{\text{هـ أ}} + \overline{\text{هـ جـ}} + \overline{\text{هـ ب}} + \overline{\text{هـ د}}$

$\overline{\text{٤ هـ م}} = \overline{\text{٢ هـ م}} + \overline{\text{٢ هـ م}}$

محافظة القليوبية	امتحان الفصل الدراسي الثاني	المادة / هندسة
إدارة غرب شبرا الخيمة التعليمية	[العام ٢٠١٤ - ٢٠١٥]	الصف / الأول الثانوي
((التوجيه الرياضيات))	[يسمح باستخدام الآلة الحاسبة]	الزمن / ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول ((اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة))

(أ) $\overrightarrow{س ص} + \overrightarrow{ص ع} + \overrightarrow{س ع} =$ ....

(٢ س ص ، ٢ س ع ، س ك ، و)

(ب) إذا كانت ل١ : ل٢ نسبة تقسيم $\overline{أب}$ من الخارج فإن $\frac{ل_1}{ل_2}$ .... صفر

(< ، > ، ≥ ، ≤)

(جـ) قياس الزاوية بين المستقيمين اللذين ميلاهما $\frac{2}{3}$ ، ...... = ...

(٦٠° ، ٩٠° ، ١٢٠° ، ١٨٠°)

(د) المستقيمان $\vec{ر} = (٢ ، ٧) + ك (١ ، ٢)$ ، ٢س - ص = ١ هما ....

(متوازيان ، متعامدان ، منطبقان ، غير ذلك)

السؤال الثاني ((أكمل العبارات الرياضية الآتية بالإجابات الصحيحة))

(أ) إذا كانت أ (٥ ، ٧) ، ب (٣ ، -١) فإن منتصف $\overline{أب}$ = ...

(ب) إذا كانت $\vec{أ} = (٣ ، ٢)$ ، $\vec{ب} = (٧ ، ٥)$ فإن $\|\overrightarrow{أب}\|$ = ...

(جـ) إذا كان $\overrightarrow{و أ} = (٣\sqrt{٥} ، \frac{\pi}{٦})$ متجه موضع نقطة أ فإن إحداثي النقطة أ هي (...... ، ......)

(د) إذا كان (١٢ ، ٨) ، (٣ ، ك) متجهي اتجاه لمستقيمين متعامدين فإن ك = ...

السؤال الثالث

(أ) قياس الزاوية بين المستقيمين س + ٥ص = ... ، ٢س - ٣ص + ٥ = ٠ يساوي ٤٥° أوجد قيمة ...

(ب) إذا كانت النقطة أ (١ ، ٣) ، النقطة ب (-٢ ، ٦) أوجد إحداثي النقطة جـ التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل بنسبة ٢ : ١

السؤال الرابع

(أ) $\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها م فإذا كانت ب (-٧ ، ١١) ، م (-٢ ، ٣) أوجد معادلة المماس للدائرة عند أ

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين س - ص + ٩ = ٠ ، س + ص = ٤ والذي ميله يساوي ١

السؤال الخامس

إذا قطع المستقيم ٣س + ٤ص = ٢٤ محوري الإحداثيات في النقطتين أ ، ب أوجد

(أ) مساحة المثلث و أ ب حيث و نقطة الأصل

(ب) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى الخط المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$

((مع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالنجاح و التفوق الدائم))

محافظة القليوبية
مديرية التربية والتعليم
إدارة غرب شبرا الخيمة التعليمية

امتحان الفصل الدراسي الثاني
٢٠١٤/٢٠١٣

المادة / هندسة
الصف / الأول الثانوي العام
الزمن / ساعتان

[أجب عن الأسئلة الآتية]

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ـ المتجه م = (١٢ ، $\frac{\pi}{6}$) يعبر عنه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين بالصورة م = ــــــ
[٦√٣ س + ٦ ص ، ١٢ س – ١٢ ص ، ٦ س – ١٢ ص ، ١٢ س – ١٢ ص]

٢ ـ إذا كان أ = (٥ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٣) فإن ‖ ٢ أ ب ‖ = ــــــ
[٥ ، ١٠ ، ٥- ، ١٠-]

٣ ـ قياس الزاوية بين المستقيمين اللذين ميلاهما $\frac{1}{2}$ ، -٣ تساوي
[٣٠ ، ١٢٠ ، ٦٠ ، ٩٠]

٤ ـ إذا كان أ ⊥ ب وكان أ = (٣ ، -١) ، ب = (ك ، ٩) فإن ك = ــــــ
[٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ١٢]

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

١ ـ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على الخط المستقيم الذي معادلته ٥ س + ١٢ ص + ٢٦ = ٠ ....

٢ ـ المستقيم الذي معادلته المتجهة هي ر = (٣ ، ١) + ك (٤ ، ٥) يكون ميله ــــــ

٣ ـ في أي مثلث أ ب جـ يكون أ ب + ب جـ + جـ أ = ــــــ

٤ ـ نقطة منتصف جـ د حيث جـ = (٦ ، ٤) ، د = (٢ ، -٨) هي ــــــ

السؤال الثالث :

١ ـ أوجد الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) ومتجه الاتجاه له ي = (٢ ، ٣)

٢ ـ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٤ ، -٣) ونقطة تقاطع المستقيمين س + ص = ٣ ، ٢س – ص = ٠

السؤال الرابع :

١ ـ باستخدام المتجهات أثبت أن النقط أ = (٣ ، ٤) ، ب = (١ ، -١) ، جـ = (-٤ ، -٣) ، د = (-٢ ، ٢) هي رؤوس معين و أوجد مساحته

٢ ـ إذا كانت أ = (-١ ، ٤) ، ب = (٥ ، ١) فأوجد إحداثي النقطة جـ التي تقسم أ ب من الداخل بنسبة ٢ : ١

السؤال الخامس :

١ ـ أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع قطراه في ن ، م نقطة في مستواه . أثبت أن :
م أ + م ب + م جـ + م د = ٤ م ن

٢ ـ إذا كان قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين س + ك ص – ٨ = ٠ ، ٢س – ص – ٥ = ٠ تساوي $\frac{\pi}{4}$
فأوجد قيمة ك .

٣ ـ أوجد طول العمود الساقط من النقطة (-٦ ، ٥) على المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص + ١ = ٠

[انتهت الأسئلة]